

EWA MAJEROWSKA I DOROTA CIOŁEK

Uniwersytet Gdański

OCENA RYZYKA INWESTOWANIA ZA POMOCĄ POZORNIE NIEZALEŻNYCH REGRESJI SUR I PANELOWEGO MODELU CAPM NA PRZYKŁADZIE AKCYJNYCH FUNDUSZY INWESTYCYJNYCH

Wstęp

Ryzyko inwestowania jest przedmiotem zainteresowania wielu ekonomistów. Jednym ze sposobów pomiaru ryzyka jest szacowanie parametru *beta* w oparciu o model wyceny kapitałowej CAPM. Model ten zazwyczaj szacowany jest za pomocą klasycznej metody najmniejszych kwadratów lub metody największej wiarygodności, dla każdego portfela oddzielnie. Wiadomo również, że zjawiska ekonomiczne są wzajemnie powiązane i stopień oddziaływania portfeli na siebie stanowi dodatkową informację. Nasuwa się więc konieczność uwzględnienia informacji dostępnych zarówno w czasie, jak i przestrzeni, a zatem wykorzystania danych panelowych. Wcześniejsze badania pokazały¹, że możliwe jest oszacowanie modeli CAPM jako modelu *pooled* oraz modelu *fixed effect* z wykorzystaniem danych panelowych oraz interpretacja ekonomiczna otrzymanych wyników. Za pomocą odpowiednich testów statystycznych zweryfikowano również hipotezę słuszności zastosowania estymacji.

Celem niniejszej pracy jest wykorzystanie łącznej estymacji pozornie niezależnych regresji SUR, a także wykorzystanie uogólnionej metody najmniejszych kwadratów do oszacowania panelowego modelu CAPM. Oszacowane modele zostaną poddane weryfikacji, przeprowadzone będzie również porównanie miar ryzyka uzyskanych różnymi metodami. Analiza taka pozwoli na uzyskanie odpowiedzi na pytanie czy poziom ryzyka wyznaczony za pomocą obu metod istotnie się różni.

¹ Zobacz Ciołek, Majerowska (2004).

1. Opis modelu

Jak już wspomniano, model wyceny kapitałowej CAPM wykorzystywany jest do szacowania poziomu ryzyka inwestowania na rynku kapitałowym. Postać modelu zapisuje się następująco:

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i(r_{Mt} - r_{ft}) + \varepsilon_{it}, \quad (1)$$

gdzie lewą stronę równania stanowi nadwyżka stopy zwrotu z danego portfela ponad stopę zwrotu z waloru pozbawionego ryzyka, $r_{Mt} - r_{ft}$ to nadwyżka stopy zwrotu portfela rynkowego ponad stopę zwrotu papieru pozbawionego ryzyka, α_i i β_i to parametry strukturalne, przy czym β_i jest wyznacznikiem poziomu ryzyka i -tego portfela, natomiast ε_{it} to zakłócenie czysto losowe. Parametr β_i należy do grupy miar wrażliwości². Wartość parametru mniejsza od jedności charakteryzuje portfel o niskim ryzyku, bliska jedności oznacza ryzyko zbliżone do poziomu ryzyka rynkowego, natomiast wartość większa od jeden – portfel o wysokim ryzyku.

Powyższy model może być szacowany dla portfeli lub też dla poszczególnych walorów występujących na rynku kapitałowym. Dyskusyjne jest przyjęcie wyznacznika rynku, czyli portfela rynkowego. Zazwyczaj jako portfel rynkowy traktuje się główny indeks giełdowy, jednakże w przypadku analizy konkretnej branży lub spółki można przyjąć inny indeks, na przykład indeks danej grupy spółek.

2. Przedmiot analizy

Niniejsza praca przedstawia empiryczną analizę stóp zwrotu akcyjnych funduszy inwestycyjnych funkcjonujących w Polsce. Powodem takiego wyboru był fakt, iż portfele funduszy można traktować jako dobrze zdywersyfikowane portfele. Ponadto oczekuje się, że przede wszystkim fundusze akcyjne powinny charakteryzować się relatywnie wysokim poziomem ryzyka inwestowania przy jednocześnie wysokiej oczekiwanej stopie zwrotu.

W celu otrzymania szeregów czasowych o jednakowej długości do analizy wybrano wszystkie fundusze akcyjne, które funkcjonowały w Polsce w okresie od maja 2002 do lutego 2005 r. Łącznie było to 13 funduszy. Na podstawie wartości jednostek uczestnictwa w funduszach wyznaczono ich stopy zwrotu, uzyskując w ten sposób 33 obserwacje miesięczne. Jako wyznacznik rynku przyjęto indeks WIG, natomiast jako stopę zwrotu pozbawioną ryzyka oprocentowanie terminowych złotych depozytów gospodarstw domowych.

² Pozostałe grupy to miary dyspersji, do której należą między innymi odchylenie standardowe i współczynnik zmienności oraz miary zagrożenia (na przykład VaR), zobacz na przykład Jajuga (2000).

Tablica 1

Charakterystyka stóp zwrotu akcyjnych funduszy inwestycyjnych

	Średnia	Odchylenie standardowe	Mediana
ARKA BZ WBK Akcji	0,021794	0,061669	0,023713
CitiAkcji A	0,015254	0,041652	0,014041
CU Polskich Akcji	0,027870	0,047375	0,023667
DWS Akcji	0,013741	0,042616	0,021738
DWS Akcji Plus	0,015500	0,042593	0,019788
ING Akcji	0,016933	0,054520	0,023143
Millenium Akcji	0,015379	0,044828	0,010063
Pioneer Agresywny	0,015259	0,056674	0,022259
PKO/CS Akcji	0,014888	0,045871	0,017543
PZU fio a KRAKOWIAK typ A	0,013880	0,040776	0,023934
SEB 3	0,015254	0,043579	0,018375
Skarbiec Akcja	0,019797	0,047957	0,02236
UniKorona Akcje	0,051902	0,328329	0,017371
WIG	0,019962	0,063379	0,025682

Źródło: Opracowanie własne.

Tablica 1 przedstawia wybrane charakterystyki analizowanych funduszy. Jak można zauważyć, średnia miesięczna stopa zwrotu poszczególnych funduszy wahała się w granicach od 1,37% do 5,19% przy stosunkowo wysokim odchyleniu standardowym. Zatem inwestycja w każdy z tych funduszy przyniosła zysk. Mediana wynosiła od 1% do 2,39%. Różne wartości wyznaczonych średnich i median świadczą o tym, że rozkłady stóp zwrotu nie są symetryczne. Kolejne tablice 2a i 2b zawierają wartości współczynnika korelacji Persony pomiędzy stopami zwrotu z poszczególnych funduszy oraz indeksu WIG i oprocentowania depozytów.

Interesujące jest bardzo wysokie skorelowanie stóp zwrotu funduszy ze stopami zwrotu indeksu WIG (w większości przypadków ponad 90%). Konsekwencją tego jest wysokie skorelowanie stóp zwrotu poszczególnych funduszy pomiędzy sobą. Wynika stąd, że zarządzający funduszami konstruują portfele w oparciu o skład indeksu WIG. Wyjątkiem jest fundusz UniKorona, dla którego współczynniki korelacji stopy zwrotu ze stopami innych funduszy są bliskie zero, co może oznaczać, że skład portfela tego funduszu musiał być zupełnie inny niż indeksu WIG. Jednocześnie fundusz ten osiągnął najwyższą przeciętną stopę zwrotu.

Tablica 2a

Wartości współczynnika korelacji pomiędzy stopami zwrotu

	ARKA BZ WBK Akcji	CitiAkcji A	CU Polskich Akcji	DWS Akcji	DWS Akcji Plus	ING Akcji	Mille- nium Akcji
ARKA BZ WBK Akcji	1,000						
CitiAkcji A	0,932	1,000					
CU Polskich Akcji	0,865	0,884	1,000				
DWS Akcji	0,945	0,962	0,883	1,000			
DWS Akcji Plus	0,917	0,940	0,840	0,952	1,000		
ING Akcji	0,947	0,969	0,909	0,966	0,942	1,000	
Millenium Akcji	0,864	0,918	0,901	0,908	0,857	0,911	1,000
Pioneer Agresywny	0,953	0,969	0,899	0,977	0,944	0,987	0,902
PKO/CS Akcji	0,942	0,945	0,887	0,973	0,946	0,973	0,915
PZU fio a KRAKO- WIAK typ A	0,960	0,950	0,902	0,964	0,941	0,949	0,923
SEB 3	0,941	0,952	0,893	0,959	0,934	0,977	0,909
Skarbiec Akcja	0,827	0,835	0,795	0,867	0,814	0,874	0,790
UniKorona Akcje	-0,009	-0,002	-0,036	0,050	0,030	-0,006	-0,016
WIG	0,952	0,961	0,915	0,967	0,933	0,970	0,903
Depozyty	-0,475	-0,360	-0,245	-0,433	-0,470	-0,413	-0,249

Źródło: Opracowanie własne.

Tablica 2b

Wartości współczynnika korelacji pomiędzy stopami zwrotu

	Pioneer Agres.	PKO/C S Akcji	PZU KRA- KOW.	SEB 3	Skar- biec Akcja	Uni Korona Akcje	WIG	Depo- zyty
ARKA BZ WBK Akcji								
CitiAkcji A								
CU Polskich Akcji								
DWS Akcji								
DWS Akcji Plus								
ING Akcji								
Millenium Akcji								
Pioneer Agresywny	1,000							
PKO/CS Akcji	0,976	1,000						
PZU fio a KRA- KOWIAK typ A	0,950	0,948	1,000					
SEB 3	0,974	0,969	0,948	1,000				
Skarbiec Akcja	0,857	0,855	0,828	0,898	1,000			
UniKorona Akcje	-0,006	-0,001	0,050	-0,003	-0,004	1,000		
WIG	0,973	0,970	0,950	0,964	0,877	-0,018	1,000	
Depozyty	-0,401	-0,439	-0,396	-0,392	-0,390	0,058	-0,380	1,000

Źródło: Opracowanie własne.

3. Metody estymacji

Należy zauważyć, że w jednorównaniowych modelach CAPM, szacowanych oddzielnie dla kilkunastu funduszy inwestycyjnych działających na tym samym rynku, zakłócenia losowe, odpowiadające różnym funduszom, są skorelowane między sobą. Na przykład fakt, że stopa zwrotu i -tego funduszu inwestycyjnego przekracza stopę zwrotu papieru pozbawionego ryzyka o pewną wartość może stanowić dodatkową informację o stopach zwrotu innych funduszy (przynajmniej niektórych). Dlatego łączna estymacja wszystkich równań jednocześnie może być bardziej efektywna niż estymacja pojedyncza. Jednym z podejść stosowanych w takim przypadku jest oszacowanie tzw. pozornie niezależnych regresji³ (SUR – *Seemingly Unrelated Regressions*), procedury zaproponowanej przez Zellnera (1962). Metodę tę zastosowali między innymi B.R. Marshall i M. Young (2003) w celu określenia zależności pomiędzy płynnością a stopą zwrotu na giełdzie w Australii. Metoda SUR polega na oszacowaniu modelu wielorównaniowego o N równaniach, które powiązane są między sobą wyłącznie poprzez zakłócenia losowe. N oznacza liczbę analizowanych funduszy. Model taki zapisać można w następujący sposób⁴:

$$y_i = X_i \beta_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Jeżeli zdefiniuje się wektor:

$$\varepsilon = [\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \dots, \varepsilon'_M],$$

to można zapisać następujące warunki:

$$E[\varepsilon | X_1, X_2, \dots, X_N] = 0,$$

$$E[\varepsilon \varepsilon' | X_1, X_2, \dots, X_N] = \Omega.$$

Ponadto zakłada się, że zakłócenia losowe nie są skorelowane po jednostkach:

$$E[\varepsilon_{it} \varepsilon_{js} | X_1, X_2, \dots, X_N] = \sigma_{ij},$$

dla każdego $t = s$ oraz 0, jeżeli $t \neq s$. Do oszacowania powyższego modelu wykorzystuje się uogólnioną metodę najmniejszych kwadratów (UMNK).

W przypadku modelu CAPM ma się do czynienia ze szczególnym typem pozornie niezależnych regresji, otóż w każdej pojedynczej regresji występuje tylko jedna, identyczna zmienna objaśniająca: odchylenie oczekiwanej stopy zwrotu portfela rynkowego od stopy zwrotu papieru pozbawionego ryzyka. Można wykazać, że w takim przypadku metoda SUR jest tak samo efektywna i daje takie same

³ Creel i Farell (1996) podają, że estymator SUR jest bardziej efektywny niż estymator MNK.

⁴ Por.: Greene (2003), s. 341.

wyniki oszacowania jak metoda najmniejszych kwadratów dla pojedynczych równań, szacowanych dla każdego funduszu oddzielnie⁵.

Założenie o wspólnych lub skorelowanych zakłóceniach losowych pomiędzy różnymi funduszami inwestycyjnymi można wykorzystać również, szacując jednorównaniowy model panelowy. Panelowy model CAPM zapisać można w następujący sposób:

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_0 + \beta(r_{Mt} - r_{ft}) + \eta_i + v_t + \varepsilon_{it}, \quad (3)$$

gdzie η_i to efekty indywidualne specyficzne dla poszczególnych funduszy, v_t – efekty okresowe dla kolejnych miesięcy, natomiast ε_{it} to czynniki czysto losowe. Zarówno efekty indywidualne, jak i efekty okresowe mogą być efektami ustalonymi, wówczas wpływają na zmianę wyrazu wolnego dla odpowiednich obserwacji, lub efektami losowymi, będącymi elementami składowymi czynnika zakłócającego w modelu. Istotność ustalonych i losowych efektów indywidualnych w modelu może być badana odpowiednio za pomocą testu Walda i testu Breuscha-Pagana (1980). Test specyfikacji Hausmana (1978) pozwala na określenie, czy estymator UMNK, dla modelu z efektami losowymi (RE), jest estymatorem zgodnym. W przypadku braku podstaw do odrzucenia takiej hipotezy estymator UMNK jest bardziej efektywny niż estymator wewnątrzgrupowy (*within*) dla modelu z ustalonymi efektami (FE).

Wykorzystując zmienne zerojedynkowe można oszacować różne oceny parametru β w modelu (3) dla poszczególnych funduszy. Szacowany wówczas model można zapisać następująco:

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_0 + \beta_1 D_1(r_{Mt} - r_{ft}) + \beta_2 D_2(r_{Mt} - r_{ft}) + \dots + \beta_N D_N(r_{Mt} - r_{ft}) + \eta_i + v_t + \varepsilon_{it}, \quad (4)$$

gdzie zmienna D_i jest zmienną zerojedynkową, która przyjmuje wartości 1 dla obserwacji dotyczących i -tego funduszu inwestycyjnego oraz wartość 0 dla pozostałych obserwacji, $i = 1, 2, \dots, N$.

4. Wyniki estymacji modelu CAPM

Najpierw model (1) oszacowany został przy zastosowaniu procedury SUR. Uzyskano oszacowanie 13 modeli jednorównaniowych, w których uwzględniono powiązanie zakłóceń losowych pomiędzy poszczególnymi funduszami. Wyniki estymacji zawarte zostały w pierwszej kolumnie tablicy 3. Wykazane zostało, że otrzymane rezultaty są jednakowe z oszacowaniami poszczególnych równań niezależnie.

⁵ Patrz np. Hashimoto, Ohtani (1990), Greene (2003), s. 343.

Tablica 3

Wyniki oszacowania modelu CAPM

Fundusz inwestycyjny	Ocena parametru BETA	
	Metoda SUR (MNK dla każdego funduszu oddzielnie)	UMNK (dla panelowego modelu z losowymi efektami indywidualnymi (RE))
ARKA BZ WBK Akcji	0,92820 [17,47]	0,91728 [3,66]
CitiAkcji A	0,63310 [19,47]	0,61593 [2,46]
CU Polskich Akcji	0,68424 [12,70]	0,71412 [2,85]
DWS Akcji	0,65197 [21,02]	0,62747 [2,50]
DWS Akcji Plus	0,62958 [14,48]	0,61363 [2,45]
ING Akcji	0,83518 [22,13]	0,81108 [3,23]
Millenium Akcji	0,63974 [11,82]	0,62262 [2,48]
Pioneer Agresywny	0,87131 [23,76]	0,83806 [3,34]
PKO/CS Akcji	0,70358 [22,06]	0,68018 [2,71]
PZU fio a KRAKOWIAK typ A	0,61299 [16,97]	0,59168 [2,36]
SEB 3	0,66436 [20,21]	0,64508 [2,57]
Skarbiec Akcja	0,66551 [10,22]	0,66433 [2,65]
UniKorona Akcje	-0,08888 [0,10]	0,08943 [0,36]

Źródło: Opracowanie własne.

Uwaga: Pod ocenami parametru *beta* podane zostały wartości statystyki *t*-Studenta.

Kolejny etap analizy polegał na estymacji modelu (4). Najpierw zastosowany został estymator wewnątrzgrupowy, który zakłada ustalone efekty indywidualne i okresowe w modelu (4). Na mocy testu Walda, w którym statystyka z próby wyniosła $F(12, 403) = 0,68$, z prawdopodobieństwem empirycznym $prob = 0,7715$, stwierdzono brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o nieistotności efektów indywidualnych i okresowych. Wynik taki zgodny jest z teorią ekonomiczną, która sugeruje, że wyraz wolny w modelu (1) jest statystycznie nieistotny⁶. Podobnie w modelu oszacowanym UMNK, statystyka testu Breuscha-Pagana, $\chi^2(1) = 1,02$ oraz $prob = 0,3130$, oznacza że również przy założeniu ich losowości efekty indy-

⁶ Należy pamiętać, że w modelu z ustalonymi efektami indywidualnymi każdej jednostce badania przypisywana jest inna wartość wyrazu wolnego.

widualne i okresowe są nieistotne. W przypadku gdy oba estymatory: wewnątrzgrupowy oraz UMNK są zgodne, drugi z nich jest estymatorem bardziej efektywnym. Stąd wybór odpowiedniego estymatora dokonany został w oparciu o test Hausmana. Statystyka z próby tego testu $\chi^2(13) = 7,23$ oraz $prob = 0,8899$ sugeruje, że oba estymatory są zgodne, a zatem do interpretacji ekonomicznej wybrany został model z losowymi efektami indywidualnymi (RE).

Jak widać powyżej, niezależnie od stosowanej metody szacowania, wszystkie analizowane fundusze w badanym okresie charakteryzowały się niskim poziomem ryzyka. Najwyższa wartość wynosiła około 0,92. Takie wyniki powinny być wskazówką dla inwestora. Oznacza to bowiem, że fundusze z założenia agresywne, w praktyce nie były ryzykownymi.

Stosując test niezależności chi-kwadrat, zbadano, czy wartości otrzymane za pomocą obu metod statystycznie istotnie różnią się od siebie. Okazało się, że na poziomie istotności 0,05 należy odrzucić hipotezę zerową, czyli można stwierdzić statystycznie istotne różnice ocen parametrów uzyskanych różnymi metodami. Pomijając natomiast ostatni fundusz, czyli UniKoronę Akcji, który zachowywał się inaczej niż pozostałe fundusze, brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o nieistotności różnic.

Podsumowanie

Powyższe rozważania wskazują na możliwość zastosowania wielu metod estymacji modelu wyceny kapitałowej CAPM. Takimi metodami mogą być zarówno uogólniona MNK, jak i metoda SUR, przy czym ta druga w przypadku takiej konstrukcji modelu daje identyczne wyniki jak MNK. Zastosowanie UMNK pozwala jednak na ujęcie całościowe posiadanych informacji.

Otrzymane wyniki wskazują na niski poziom ryzyka wszystkich analizowanych funduszy, które z założenia powinny być ryzykowne. Świadczy to o asekuracyjnej polityce stosowanej przez zarządzających funduszami. Wysokie skorelowanie stóp zwrotu funduszy ze zwrotami z indeksu WIG świadczy o zachowawczym sposobie tworzenia portfeli. Zatem inwestując w fundusze akcyjne, nie należy z góry zakładać, że będą one ryzykowne, zaleca się raczej analizę sytuacji rynkowej, a także dotychczasowe wyniki funduszy inwestycyjnych.

Bibliografia

- Ciołek D., Majerowska E. (2004), *Wykorzystanie estymacji panelowej do szacowania ryzyka inwestowania w fundusze inwestycyjne*, [w:] *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek*, W. Ronka-Chmielowiec, K. Jajuga (red.), Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, tom 1, Wrocław, s. 107–114

-
- Creel M., Farrell M. (1996), *SUR estimation of multiple time-series models with heteroscedasticity and serial correlation of unknown form*, „Economics Letters” 53, s. 239–245
- Greene W.H. (2003), *Econometric analysis*, Pearson Education International, New Jersey
- Hashimoto N., Ohtani K. (1990), *An exact test for linear restrictions in seemingly unrelated regressions with the same regressors*, „Economics Letters” 32, s. 243–246
- Jajuga K. (2000), *Miary ryzyka rynkowego – część trzecia*, „Rynek Terminowy” 8, s. 112–117
- Marshall B.R., Young M. (2003), *Liquidity and stock returns in pure order-driven markets: evidence from the Australian stock market*, „International Review of Financial Analysis” 12, s. 173–188